

# KALKULUS 2

No. \_\_\_\_\_

Doelap \_\_\_\_\_

## FUNGSI TRANSENDEN



### Fungsi Logaritma Alami

Definisi: Penyataan oleh  $\ln$ , didefinisikan oleh

$$\ln x = \int_1^x \frac{1}{t} dt, x > 0$$

Dengan asal fungsi logaritma alami adalah himpunan bilangan real positif.

Turunan fungsi logaritma alami

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

Integral fungsi logaritma alami

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C, x \neq 0$$



### Sifat-sifat logaritma alami

Jika  $a$  dan  $b$  buangan-bilangan positif dan  $r$  sebuah bilangan rasional maka

i)  $\ln 1 = 0$

ii)  $\ln ab = \ln a + \ln b$

iii)  $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

iv)  $\ln a^r = r \ln a$

contoh:

1) Tentukan turunan dari

$$\frac{d(\ln \sqrt{x})}{dx} =$$

misal :  $u = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{du}{dx} = \frac{d(x^{\frac{1}{2}})}{dx} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{d(\ln u)}{dx} = \frac{d(\ln u)}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{1}{u} \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

2)  $\frac{d(\ln(x^2+5))}{dx} =$  misal:  $u = x^2+5$   
 $\frac{du}{dx} = 2x$

$$\frac{d(\ln u)}{dx} = \frac{d(\ln u)}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{1}{u} \cdot 2x = \frac{1}{x^2+5} \cdot 2x$$

3)  $\int \frac{5}{2x+9} dx =$  misal:  $u = 2x+9$   
 $\frac{du}{dx} = 2 \rightarrow dx = \frac{du}{2}$

$$\int \frac{5}{u} \cdot \frac{du}{2} = \frac{5}{2} \int \frac{1}{u} du = \frac{5}{2} \ln|u| + C = \frac{5}{2} \ln(2x+9) + C$$

4)  $\int \frac{x}{10-x^2} dx$  misal:  $u = 10-x^2$   
 $\frac{du}{dx} = -2x \rightarrow dx = \frac{du}{-2x}$

$$\int \frac{x}{u} \cdot \frac{du}{-2x} = \frac{1}{-2} \int \frac{1}{u} du = \frac{1}{-2} \ln|u| + C = \frac{1}{-2} \ln(10-x^2) + C$$

## FUNGSI EKSPONEN ALAMI

Definisi Invers  $\ln$  disebut fungsi eksponen alami dan dinyatakan oleh  $\exp$  jadi :  $x = \exp y \Leftrightarrow y = \ln x$

### Sifat fungsi eksponen

1. Huruf  $e$  menyatakan bilangan real positif unik demikian sehingga  $\ln e = 1$   $e \approx 2,718281, \dots$
2.  $e^{\ln x} = x$  ,  $x > 0$
3.  $\ln(e^x) = x$  , untuk semua  $x$

Teorema A: Misalkan  $a$  dan  $b$  bilangan real maka :

$$\begin{aligned} e^a e^b &= e^{a+b} \\ e^a / e^b &= e^{a-b} \end{aligned}$$

### Turunan Fungsi Eksponen Alami

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

### Integral Fungsi Eksponen Alami

$$\int e^x dx = e^x + C$$

contoh :

$$1) \frac{d(e^{\sqrt{x}})}{dx} = \frac{d(e^u)}{dx}$$

$$\text{misal : } u = \sqrt{x}$$

$$= \frac{d(e^u)}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{d\sqrt{x}}{dx} = \frac{d(x^{\frac{1}{2}})}{dx} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^u \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \frac{d}{dx} (e^{x \ln x}) &= \frac{d}{dx} (e^u) & \text{misal: } u &= x \ln x \\
 &= \frac{d}{du} (e^u) \cdot \frac{du}{dx} & \frac{du}{dx} &= \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1 \\
 &= e^u \cdot \ln x + 1 \\
 &= e^{x \ln x} \cdot (\ln x + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad \int e^{4x} dx &= \int e^u \cdot \frac{1}{4} du & \text{misal: } u &= 4x \\
 &= \frac{1}{4} \int e^u du = \frac{1}{4} e^u + C & \frac{du}{dx} &= 4 \quad dx = \frac{1}{4} du \\
 &= \frac{1}{4} e^{4x} + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad \int x^2 e^{-x^3} dx &= \int x^2 \cdot e^u \cdot \frac{1}{-3x^2} du & \text{misal: } u &= -x^3 \\
 &= \frac{1}{-3} \int e^u du = \frac{1}{-3} e^u + C & \frac{du}{dx} &= -3x^2 \quad dx = \frac{1}{-3x^2} du \\
 &= \frac{1}{-3} e^{-x^3} + C
 \end{aligned}$$

### Integral yang Menghasilkan Arc tan dan Logaritma

$$\text{ingat } \int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$$

Berdasarkan rumus diatas dapat ditemukan bahwa uic konstanta  $a \neq 0$  maka berlaku:

$$\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad \text{rumus (1)}$$

Selanjutnya akan dicari  $\int \frac{1}{x^2+2bx+c} dx$

☐ jika  $f(x) = x^2 + 2bx + c$  dengan  $p = 4b^2 - 4$ , maka  $f(x)$  definit positif  
☐ selalu dapat dibawa ke bentuk:  $f(x) = (x+b)^2 + p^2$  dg  $p^2 = (-b^2 > 0)$ .

☐ sehingga  $\int \frac{1}{x^2 + 2bx + c} dx = \int \frac{1}{(x+b)^2 + p^2} dx$

☐ dapat diperoleh

☐  $\int \frac{1}{x^2 + 2bx + c} dx = \frac{1}{p} \arctan \frac{x+b}{p} + C \quad \dots (1)$

☐ dengan  $p = \sqrt{c - b^2}$

☐ contoh:

☐ 1. Tentukan  $\int \frac{1}{3+x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x}{\sqrt{3}} + C \rightarrow \text{rumus (1)}$

☐ 2. Tentukan  $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx = \frac{1}{2} \arctan \frac{x+1}{2} + C \rightarrow \text{rumus (1)}$

☐  $b = 1 \rightarrow p = \sqrt{5 - 1^2}$   
☐  $c = 5 \rightarrow \quad \quad \quad = \sqrt{4} = 2$

☐ selanjutnya mgat  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

☐ Dengan rumus ini dapat ditunjukkan bahwa:

☐  $\int \frac{g'(x)}{g(x)} dx = \ln|g(x)| + C$

☐ contoh:

☐ 1. tentukan  $\int \frac{2x+2}{x^2+2x+4} dx = \ln|x^2+2x+4| + C$

☐ 2. Tentukan  $\int \frac{x+5}{x^2+6x+13} dx = \int \frac{1}{2} \frac{(2x+6)+2}{x^2+6x+13} dx$

☐  $= \int \frac{\frac{1}{2}(2x+6)}{x^2+6x+13} + \frac{2}{x^2+6x+13} dx$

$$= \frac{1}{2} \ln(x^2 + x + 13) + 2 \frac{1}{2} \arctan \frac{x+3}{2} + C$$

## INTEGRAL PECAH RASIONAL

$P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$  dg  $a_n \neq 0$  dinamakan polinomial (fungsi suku banyak) berderajat  $n$ .

fungsi konstan  $P_0(x) = a_0$  dapat dipandang sbg polinomial berderajat nol.

fungsi pecah rasional adalah fungsi berbentuk  $\frac{N(x)}{D(x)}$  dg  $N(x)$  dan  $D(x)$  polinomial  $\neq 0$ .

polinomial  $\neq 0$ .

Urutan mengenai integral fungsi pecah rasional dpt diperinci utk beberapa kasus sbb:

1. Keadaan  $N(x) = D'(x)$

jika  $N(x) = D'(x)$  maka berdasarkan rumus diperoleh:

$$\int \frac{N(x)}{D(x)} dx = \ln |D(x)| + C$$

2. Keadaan derajat  $N(x) \geq$  derajat  $D(x)$

lakukan pembagian  $N(x)$  oleh  $D(x)$  sehingga diperoleh:

$$\frac{N(x)}{D(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{D(x)} \quad \text{dg derajat } R(x) < \text{derajat } D(x)$$

$Q(x)$  adalah polinom, sehingga integralnya sgt mudah

Contoh: 1)  $\int \frac{x^3}{x^2+1} dx = \int \left\{ x - \frac{x}{x^2+1} \right\} dx = \dots$

2)  $\int \frac{x^4 - 19x^2 - 48x + 60}{x^2 + 6x + 13} dx = \int \left\{ x^2 - 6x + 4 + \frac{6x + 8}{x^2 + 6x + 13} \right\} dx = \dots$

Dengan demikian yg perlu dipelajari lebih lanjut adl keadaan dimana derajat  $N(x) <$  derajat  $D(x)$  dan  $N(x) \neq D'(x)$

☐ 3. Keadaan derajat  $N(x) < \text{Derajat } D(x)$

☐  $N(x) \neq D'(x)$ . Tanpa mengurangi umumnya pembicaraan, diambil  
☐ dari koefisien suku pangkat tertinggi dari  $x$  dalam  $D(x)$  adalah  
☐ satu. Untuk menghitung  $\int \frac{N(x)}{D(x)} dx$ , terlebih dahulu integral dipisah

☐ menjadi pecahan  $\frac{1}{2}$  parsialnya.

☐ contoh:  $\frac{6x^2+6}{x^3+9x^2+x-6}$  dpt dipecah menjadi pecahan  $\frac{1}{2}$  parsial berikut

☐ 
$$\frac{6x^2+6}{x^3+9x^2+x-6} = \frac{1}{x-1} - \frac{10}{x+2} + \frac{15}{x+3} \quad \text{jadi:}$$

☐ 
$$\int \frac{6x^2+6}{x^3+9x^2+x-6} dx = \int \frac{1}{x-1} dx - \int \frac{10}{x+2} dx + \int \frac{15}{x+3} dx$$

☐ 
$$= \int \frac{1}{x-1} dx - 10 \int \frac{1}{x+2} dx + 15 \int \frac{1}{x+3} dx$$

☐ 
$$= \ln |x-1| - 10 \ln |x+2| + 15 \ln |x+3| + C$$

☐ karena sebelum melakukan pengintegralan terlebih dahulu  
☐ diadarkan pemisahan  $\frac{N(x)}{D(x)}$  menjadi pecahan  $\frac{1}{2}$  parsialnya.

☐ Memisah pecahan menjadi Pecahan parsial

☐ Diasumsikan:

- ☐ 1) Derajat  $N(x) < \text{derajat } D(x)$
- ☐ 2) Koefisien suku pangkat tertinggi dari  $x$  dalam  $D(x)$  adalah satu
- ☐ 3)  $N(x)$  dan  $D(x)$  tidak lagi mempunyai faktor persekutuan.

☐ Menurut keadaan faktor  $\frac{1}{2}$   $D(x)$ , dalam memisahkan  $\frac{N(x)}{D(x)}$  menjadi  
☐ pecahan  $\frac{1}{2}$  parsial dibedakan menjadi 4 keadaan:  $D(x)$

☐ a. Semua faktor  $D(x)$  linear dan bertanda

☐ Misalkan faktor  $\frac{1}{2}$   $D(x)$  adalah  $x-a$ ,  $x-b$ ,  $x-c$ , dan  $x-d$ , maka

$$D(x) = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d).$$

$$\text{Dibentuk } \frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c} + \frac{D}{x-d} \dots\dots\dots (1)$$

sebagai suatu identitas, dim  $x$ , sehingga setiap nilai  $x$  yg diberikan maka nilai ruas kiri dan nilai ruas kanan dim (1) sama. konstanta  $A, B, C$ , dan  $D$  adalah konstanta & yg masih akan dicari nilainya.

contoh: pisahkan  $\frac{6x^2+6}{x^3+4x^2+x-6}$  atas pecahan & parsialnya.

penyelesaian:

$$x^3+4x^2+x-6=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x+3)=0$$

dibentuk

$$\frac{6x^2+6}{x^3+4x^2+x-6} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3} \dots\dots\dots (2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x^2+6}{x^3+4x^2+x-6} = \frac{A(x+2)(x+3) + B(x-1)(x+3) + C(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow 6x^2+6 = A(x+2)(x+3) + B(x-1)(x+3) + C(x-1)(x+2)$$

$$\text{untuk } x=1 \rightarrow 12 = A(3)(4) \Leftrightarrow A=1$$

$$\text{untuk } x=-2 \rightarrow 30 = B(-3)(1) \Leftrightarrow B=-10$$

$$\text{untuk } x=-3 \rightarrow 60 = C(-4)(-1) \Leftrightarrow C=15$$

jika nilai  $A, B$ , dan  $C$  digabungkan ke dalam (2) maka:

$$\frac{6x^2+6}{x^3+4x^2+x-6} = \frac{1}{x-1} - \frac{10}{x+2} + \frac{15}{x+3}$$

$$\int \frac{6x^2+6}{x^3+4x^2+x-6} dx = \int \frac{1}{x-1} dx - \int \frac{10}{x+2} dx + \int \frac{15}{x+3} dx$$

$$= \int \frac{1}{x-1} dx - 10 \int \frac{1}{x+2} dx + 15 \int \frac{1}{x+3} dx$$

$$= \ln|x-1| - 10 \ln|x+2| + 15 \ln|x+3| + C$$

Pada bagian ini dijumpai bentuk  $\int \frac{1}{x-a} dx$

- ☐ b. Semua faktor  $D(x)$  linear tetapi ada yg sama (terulang)
- ☐ Misalkan faktor  $D(x)$  adalah  $x-a, x-b, x-c, x-c, x-d, x-d$ , dan  $x-d$ , maka  $D(x) = (x-a)(x-b)(x-c)^2(x-d)^3$
- ☐ 
$$\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c} + \frac{D}{(x-c)^2} + \frac{E}{x-d} + \frac{F}{(x-d)^2} + \frac{G}{(x-d)^3} \dots (3)$$

☐ Perhatikan suku2 pecahan diruas kanan terutama yg sesuai dg akar sama c dan d.

☐ contoh: pisahkan  $\frac{x}{(x-2)(x+1)^3}$  atas pecahan2 parsialnya

☐ penyelesaian:  $\frac{x}{(x-2)(x+1)^3} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{(x+1)^3} \dots (4)$

☐  $x = A(x+1)^3 + B(x-2)(x+1)^2 + C(x-2)(x+1) + D(x-2)$

☐ untuk  $x = -1 \rightarrow -1 = -3D$

☐ untuk  $x = 2 \rightarrow 2 = 27A$

☐ untuk  $x = 0 \rightarrow 0 = A - 2B - 2C - 2D$

☐ untuk  $x = 1 \rightarrow 1 = 8A - 4B - 2C - D$

☐ Diperoleh

☐  $A = \frac{2}{27}, B = -\frac{2}{27}, C = -\frac{6}{27}, D = \frac{1}{3}$

☐ jadi  $\frac{x}{(x-2)(x+1)^3} = \frac{\frac{2}{27}}{x-2} + \frac{-\frac{2}{27}}{x+1} + \frac{-\frac{6}{27}}{(x+1)^2} + \frac{\frac{1}{3}}{(x+1)^3}$

☐  $\int \frac{x}{(x-2)(x+1)^3} dx = \int \frac{\frac{2}{27}}{x-2} dx + \int \frac{-\frac{2}{27}}{x+1} dx + \int \frac{-\frac{6}{27}}{(x+1)^2} dx + \int \frac{\frac{1}{3}}{(x+1)^3} dx$

☐  $= \frac{2}{27} \int \frac{1}{x-2} dx - \frac{2}{27} \int \frac{1}{x+1} dx - \frac{6}{27} \int \frac{1}{(x+1)^2} dx + \frac{1}{3} \int \frac{1}{(x+1)^3} dx$

☐  $= \frac{2}{27} \ln |x-2| - \frac{2}{27} \ln |x+1| - \frac{6}{27} \ln |(x+1)^2|$

☐  $+ \frac{1}{3} \ln |(x+1)^3| + C$

pada bagian ini dijumpai bentuk  $\int \frac{1}{x-a} dx$  dan  $\int \frac{1}{(x-a)^n} dx$   $n=2,3,\dots$

c.  $D(x)$  mempunyai faktor kuadrat dan semua faktor kuadratnya berlainan.

Ingat teorema atpbar berikut

"Akar  $\pm$  tidak real persamaan derajat tinggi dg koefisien real sepasang  $\pm$  bersekawan, artinya jika  $a+bi$  suatu akar maka  $a-bi$  juga akar persamaan itu."

Berdasarkan teorema tsbt maka apabila  $a+bi$  akar persamaan  $D(x)=0$  maka demikian juga  $a-bi$ , sehingga salah satu faktor  $D(x)$  adalah..

$$\{x - (a+bi)\} \{x - (a-bi)\} = (x-a)^2 + b^2 \text{ yg definit positif}$$

$$\text{misal } D(x) = (x-p) (x-q)^2 \{(x-a)^2 + b^2\} \{(x-c)^2 + d^2\}$$

$$\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{x-p} + \frac{B}{x-q} + \frac{C}{(x-q)^2} + \frac{Dx+E}{(x-a)^2+b^2} + \frac{Fx+G}{(x-c)^2+d^2} \dots (s)$$

contoh: pisahkan  $\frac{3x}{x^3-1}$  atas pecahan<sup>2</sup> parsialnya

penyelesaian:

$$\frac{3x}{x^3-1} = \frac{3x}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{3x}{x^3-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$$

$$3x = A(x^2+x+1) + (Bx+C)(x-1)$$

$$\text{untuk } x=1 \rightarrow 3=3A$$

$$\text{untuk } x=0 \rightarrow 0=A-C$$

$$\text{untuk } x=-1 \rightarrow -3=A+2B-2C$$

setelah dicari nilai  $\pm$  A, B, dan C diperoleh  $A=1$ ,  $B=-1$ , dan  $C=1$ , sehingga

$$\frac{3x}{x^3-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{-x+1}{x^2+x+1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int \frac{3x}{x^2-1} dx = \int \frac{1}{x-1} dx + \int \frac{-x+1}{x^2+x+1} dx \\
 &= \int \frac{1}{x-1} dx - \int \frac{x-1}{x^2+x+1} dx \\
 &= \ln|x-1| - \int \frac{x-1}{x^2+x+1} dx + C
 \end{aligned}$$

d.  $P(x)$  mempunyai faktor kuadrat yg sama

Berdasarkan teorema di bagian c diatas maka apabila  $a+bi$  merupakan akar berupat  $k$  dari persamaan  $P(x)=0$ , maka demikian juga  $a-bi$  dan faktor<sup>2</sup> dari  $P(x)$  yg sesuai dg akar<sup>2</sup> ini adalah  $\{(x-a)^2+b^2\}^k$

$$\text{misal } P(x) = (x-p)(x-q)^2 \{(x-a)^2+b^2\}^3 \{(x-c)^2+d^2\}^3$$

$$\begin{aligned}
 \frac{N(x)}{P(x)} &= \frac{A}{x-p} + \frac{B}{x-q} + \frac{C}{(x-q)^2} + \frac{Dx+E}{(x-a)^2+b^2} + \frac{Fx+G}{(x-c)^2+d^2} + \frac{Hx+J}{\{(x-c)^2+d^2\}^3} \\
 &\quad + \frac{Kx+L}{\{(x-c)^2+d^2\}^3}
 \end{aligned}$$

contoh:

$$1) \frac{3x^3-2x^2+5x-1}{(x-2)(x^2+1)^2} = \frac{1}{x-2} - \frac{x-1}{x^2+1} - \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 2) \int \frac{x+3}{(x^2+4x+13)^2} dx &= \int \frac{\frac{1}{2}(2x+4)+1}{(x^2+4x+13)^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \int \frac{2x+4}{(x^2+4x+13)^2} dx + \int \frac{1}{(x^2+4x+13)^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+4x+13)}{(x^2+4x+13)^2} + \int \frac{1}{\{(x+2)^2+9\}^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+4x+13)}{(x^2+4x+13)^2} + \int \frac{1}{\{(x+2)^2+9\}^2} dx
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{1}{x^2+4x+13} + \int \frac{1}{\{9[(x+2)/3]^2+1\}^2} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{1}{x^2+4x+13} + \frac{1}{81} \int \frac{1}{\{[(x+2)/3]^2+1\}^2} dx$$

untuk  $\frac{1}{81} \int \frac{1}{\{[(x+2)/3]^2+1\}^2} dx$  substitusikan  $t = \frac{x+2}{3}$

$dt = \frac{1}{3} dx$ , sehingga

$$\frac{1}{81} \int \frac{1}{\{[(x+2)/3]^2+1\}^2} dx = \frac{1}{27} \int \frac{1}{\{t^2+1\}^2} dt$$

$$= \frac{1}{27} \left( \frac{t}{(2 \cdot 2 - 2)(1+t^2)} + \frac{2 \cdot 2 - 3}{2 \cdot 2 - 2} \int \frac{1}{\{t^2+1\}^2} dt \right)$$

$$= \frac{1}{27} \left( \frac{t}{2(1+t^2)} + \frac{1}{2} \int \frac{1}{\{t^2+1\}} dt \right)$$

$$= \frac{1}{27} \left( \frac{t}{2(1+t^2)} + \frac{1}{2} \arctan t \right)$$

$$= \frac{1}{27} \left( \frac{x+2}{3 \cdot 2 \left(1 + \frac{x+2}{3}\right)} + \frac{1}{2} \arctan \frac{x+2}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{27} \left( \frac{x+2}{6+2(x+2)} + \frac{1}{2} \arctan \frac{x+2}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{27} \frac{x+2}{2x+10} + \frac{1}{54} \arctan \frac{x+2}{3}$$

jadi  $\int \frac{x+3}{(x^2+4x+13)^2} dx = -\frac{1}{2} \frac{1}{x^2+4x+13} + \frac{1}{81} \int \frac{1}{\{[(x+2)/3]^2+1\}^2} dx$

$$= -\frac{1}{2} \frac{1}{x^2+4x+13} + \frac{1}{27} \frac{x+2}{2x+10} + \frac{1}{54} \arctan \frac{x+2}{3} + C$$